## Algebraic expressions 1B

**1 a** $(x + 4)(x + 7)$
$= x^2 + 7x + 4x + 28$
$= x^2 + 11x + 28$

**b** $(x - 3)(x + 2)$
$= x^2 + 2x - 3x - 6$
$= x^2 - x - 6$

**c** $(x - 2)^2$
$= (x - 2)(x - 2)$
$= x^2 - 2x - 2x + 4$
$= x^2 - 4x + 4$

**d** $(x - y)(2x + 3)$
$= 2x^2 + 3x - 2xy - 3y$

**e** $(x + 3y)(4x - y)$
$= 4x^2 - xy + 12xy - 3y^2$
$= 4x^2 + 11xy - 3y^2$

**f** $(2x - 4y)(3x + y)$
$= 6x^2 + 2xy - 12xy - 4y^2$
$= 6x^2 - 10xy - 4y^2$

**g** $(2x - 3)(x - 4)$
$= 2x^2 - 8x - 3x + 12$
$= 2x^2 - 11x + 12$

**h** $(3x + 2y)^2$
$= (3x + 2y)(3x + 2y)$
$= 9x^2 + 6xy + 6xy + 4y^2$
$= 9x^2 + 12xy + 4y^2$

**i** $(2x + 8y)(2x + 3)$
$= 4x^2 + 6x + 16xy + 24y$

**j** $(x + 5)(2x + 3y - 5)$
$= x(2x + 3y - 5) + 5(2x + 3y - 5)$
$= 2x^2 + 3xy - 5x + 10x + 15y - 25$
$= 2x^2 + 3xy + 5x + 15y - 25$

**k** $(x - 1)(3x - 4y - 5)$
$= x(3x - 4y - 5) - (3x - 4y - 5)$
$= 3x^2 - 4xy - 5x - 3x + 4y + 5$
$= 3x^2 - 4xy - 8x + 4y + 5$

**l** $(x - 4y)(2x + y + 5)$
$= x(2x + y + 5) - 4y(2x + y + 5)$
$= 2x^2 + xy + 5x - 8xy - 4y^2 - 20y$
$= 2x^2 + 5x - 7xy - 4y^2 - 20y$

**m** $(x + 2y - 1)(x + 3)$
$= x(x + 3) + 2y(x + 3) - (x + 3)$
$= x^2 + 3x + 2xy + 6y - x - 3$
$= x^2 + 2x + 2xy + 6y - 3$

**n** $(2x + 2y + 3)(x + 6)$
$= 2x(x + 6) + 2y(x + 6) + 3(x + 6)$
$= 2x^2 + 12x + 2xy + 12y + 3x + 18$
$= 2x^2 + 15x + 2xy + 12y + 18$

**o** $(4 - y)(4y - x + 3)$
$= 4(4y - x + 3) - y(4y - x + 3)$
$= 16y - 4x + 12 - 4y^2 + xy - 3y$
$= -4y^2 - 4x + 12 + xy + 13y$

**p** $(4y + 5)(3x - y + 2)$
$= 4y(3x - y + 2) + 5(3x - y + 2)$
$= 12xy - 4y^2 + 8y + 15x - 5y + 10$
$= 12xy - 4y^2 + 3y + 15x + 10$

**q** $(5y - 2x + 3)(x - 4)$
$= 5y(x - 4) - 2x(x - 4) + 3(x - 4)$
$= 5xy - 20y - 2x^2 + 8x + 3x - 12$
$= 5xy - 20y - 2x^2 + 11x - 12$

**r** $(4y - x - 2)(5 - y)$
$= 4y(5 - y) - x(5 - y) - 2(5 - y)$
$= 20y - 4y^2 - 5x + xy - 10 + 2y$
$= 22y - 4y^2 - 5x + xy - 10$

**2 a** $5(x + 1)(x - 4)$
$= (5x + 5)(x - 4)$
$= 5x^2 - 20x + 5x - 20$
$= 5x^2 - 15x - 20$

**b** $7(x - 2)(2x + 5)$
$= (7x - 14)(2x + 5)$
$= 14x^2 + 35x - 28x - 70$
$= 14x^2 + 7x - 70$

**c** $3(x - 3)(x - 3)$
$= (3x - 9)(x - 3)$
$= 3x^2 - 9x - 9x + 27$
$= 3x^2 - 18x + 27$

**d** $x(x - y)(x + y)$
$= (x^2 - xy)(x + y)$
$= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2$
$= x^3 - xy^2$

**2 e** $x(2x + y)(3x + 4)$
$= (2x^2 + xy)(3x + 4)$
$= 6x^3 + 8x^2 + 3x^2y + 4xy$

**f** $y(x - 5)(x + 1)$
$= (xy - 5y)(x + 1)$
$= x^2y + xy - 5xy - 5y$
$= x^2y - 4xy - 5y$

**g** $y(3x - 2y)(4x + 2)$
$= (3xy - 2y^2)(4x + 2)$
$= 12x^2y + 6xy - 8xy^2 - 4y^2$

**h** $y(7 - x)(2x - 5)$
$= (7y - xy)(2x - 5)$
$= 14xy - 35y - 2x^2y + 5xy$
$= 19xy - 35y - 2x^2y$

**i** $x(2x + y)(5x - 2)$
$= (2x^2 + xy)(5x - 2)$
$= 10x^3 - 4x^2 + 5x^2y - 2xy$

**j** $x(x + 2)(x + 3y - 4)$
$= (x^2 + 2x)(x + 3y - 4)$
$= x^2(x + 3y - 4) + 2x(x + 3y - 4)$
$= x^3 + 3x^2y - 4x^2 + 2x^2 + 6xy - 8x$
$= x^3 + 3x^2y - 2x^2 + 6xy - 8x$

**k** $y(2x + y - 1)(x + 5)$
$= (2xy + y^2 - y)(x + 5)$
$= 2xy(x + 5) + y^2(x + 5) - y(x + 5)$
$= 2x^2y + 10xy + xy^2 + 5y^2 - xy - 5y$
$= 2x^2y + 9xy + xy^2 + 5y^2 - 5y$

**l** $y(3x + 2y - 3)(2x + 1)$
$= (3xy + 2y^2 - 3y)(2x + 1)$
$= 3xy(2x + 1) + 2y^2(2x + 1) - 3y\,(2x + 1)$
$= 6x^2y + 3xy + 4xy^2 + 2y^2 - 6xy - 3y$
$= 6x^2y + 4xy^2 + 2y^2 - 3xy - 3y$

**m** $x\,(2x + 3)(x + y - 5)$
$= (2x^2 + 3x)(x + y - 5)$
$= 2x^2(x + y - 5) + 3x(x + y - 5)$
$= 2x^3 + 2x^2y - 10x^2 + 3x^2 + 3xy - 15x$
$= 2x^3 + 2x^2y - 7x^2 + 3xy - 15x$

**n** $2x\,(3x - 1)(4x - y - 3)$
$= (6x^2 - 2x)(4x - y - 3)$
$= 6x^2(4x - y - 3) - 2x(4x - y - 3)$
$= 24x^3 - 6x^2y - 18x^2 - 8x^2 + 2xy + 6x$
$= 24x^3 - 6x^2y - 26x^2 + 2xy + 6x$

**o** $3x\,(x - 2y)(2x + 3y + 5)$
$= (3x^2 - 6xy)(2x + 3y + 5)$
$= 3x^2(2x + 3y + 5) - 6xy(2x + 3y + 5)$
$= 6x^3 + 9x^2y + 15x^2 - 12x^2y - 18xy^2 - 30xy$
$= 6x^3 + 15x^2 - 3x^2y - 18xy^2 - 30xy$

**p** $(x + 3)(x + 2)(x + 1)$
$= (x^2 + 2x + 3x + 6)(x + 1)$
$= (x^2 + 5x + 6)(x + 1)$
$= x^2(x + 1) + 5x(x + 1) + 6(x + 1)$
$= x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6$
$= x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

**q** $(x + 2)(x - 4)(x + 3)$
$= (x^2 - 4x + 2x - 8)(x + 3)$
$= (x^2 - 2x - 8)(x + 3)$
$= x^2(x + 3) - 2x(x + 3) - 8(x + 3)$
$= x^3 + 3x^2 - 2x^2 - 6x - 8x - 24$
$= x^3 + x^2 - 14x - 24$

**r** $(x + 3)(x - 1)(x - 5)$
$= (x^2 - x + 3x - 3)(x - 5)$
$= (x^2 + 2x - 3)(x - 5)$
$= x^2(x - 5) + 2x(x - 5) - 3(x - 5)$
$= x^3 - 5x^2 + 2x^2 - 10x - 3x + 15$
$= x^3 - 3x^2 - 13x + 15$

**s** $(x - 5)(x - 4)(x - 3)$
$= (x^2 - 4x - 5x + 20)(x - 3)$
$= (x^2 - 9x + 20)(x - 3)$
$= x^2(x - 3) - 9x(x - 3) + 20(x - 3)$
$= x^3 - 3x^2 - 9x^2 + 27x + 20x - 60$
$= x^3 - 12x^2 + 47x - 60$

**t** $(2x + 1)(x - 2)(x + 1)$
$= (2x^2 - 4x + x - 2)(x + 1)$
$= (2x^2 - 3x - 2)(x + 1)$
$= 2x^2(x + 1) - 3x(x + 1) - 2(x + 1)$
$= 2x^3 + 2x^2 - 3x^2 - 3x - 2x - 2$
$= 2x^3 - x^2 - 5x - 2$

**u** $(2x + 3)(3x - 1)(x + 2)$
$= (6x^2 - 2x + 9x - 3)(x + 2)$
$= (6x^2 + 7x - 3)(x + 2)$
$= 6x^2(x + 2) + 7x(x + 2) - 3(x + 2)$
$= 6x^3 + 12x^2 + 7x^2 + 14x - 3x - 6$
$= 6x^3 + 19x^2 + 11x - 6$

**2 v** $(3x - 2)(2x + 1)(3x - 2)$
$= (6x^2 + 3x - 4x - 2)(3x - 2)$
$= (6x^2 - x - 2)(3x - 2)$
$= 6x^2(3x - 2) - x(3x - 2) - 2(3x - 2)$
$= 18x^3 - 12x^2 - 3x^2 + 2x - 6x + 4$
$= 18x^3 - 15x^2 - 4x + 4$

**w** $(x + y)(x - y)(x - 1)$
$= (x^2 - xy + xy - y^2)(x - 1)$
$= (x^2 - y^2)(x - 1)$
$= x^2(x - 1) - y^2(x - 1)$
$= x^3 - x^2 - xy^2 + y^2$

**x** $(2x - 3y)^3$
$= (2x - 3y)(2x - 3y)(2x - 3y)$
$= (4x^2 - 6xy - 6xy + 9y^2)(2x - 3y)$
$= (4x^2 - 12xy + 9y^2)(2x - 3y)$
$= 4x^2(2x - 3y) - 12xy(2x - 3y) + 9y^2(2x - 3y)$
$= 8x^3 - 12x^2y - 24x^2y + 36xy^2 + 18xy^2 - 27y^3$
$= 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

**3** Shaded area
$= (x + 7)(3x - y + 4) - (x - 2)^2$
$= x(3x - y + 4) + 7(3x - y + 4) - (x - 2)(x - 2)$
$= 3x^2 - xy + 4x + 21x - 7y + 28 - x^2 + 2x + 2x - 4$
$= 2x^2 - xy + 29x - 7y + 24$

**4** Volume $= (x + 2)(2x - 1)(2x + 3)$
$= (2x^2 - x + 4x - 2)(2x + 3)$
$= (2x^2 + 3x - 2)(2x + 3)$
$= 2x^2(2x + 3) + 3x(2x + 3) - 2(2x + 3)$
$= 4x^3 + 6x^2 + 6x^2 + 9x - 4x - 6$
$= 4x^3 + 12x^2 + 5x - 6$ cm$^3$

**5** $(2x + 5y)(3x - y)(2x + y)$
$= (6x^2 - 2xy + 15xy - 5y^2)(2x + y)$
$= (6x^2 + 13xy - 5y^2)(2x + y)$
$= 6x^2(2x + y) + 13xy(2x + y) - 5y^2(2x + y)$
$= 12x^3 + 6x^2y + 26x^2y + 13xy^2 - 10xy^2 - 5y^3$
$= 12x^3 + 32x^2y + 3xy^2 - 5y^3$
$= ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$
Therefore, $a = 12$, $b = 32$, $c = 3$ and $d = -5$

**Challenge**
$(x + y)^4$
$= (x + y)(x + y)(x + y)(x + y)$
$= (x^2 + xy + xy + y^2)(x^2 + xy + xy + y^2)$
$= (x^2 + 2xy + y^2)(x^2 + 2xy + y^2)$
$= x^2(x^2 + 2xy + y^2) + 2xy(x^2 + 2xy + y^2) + y^2(x^2 + 2xy + y^2)$
$= x^4 + 2x^3y + x^2y^2 + 2x^3y + 4x^2y^2 + 2xy^3 + x^2y^2 + 2xy^3 + y^4$
$= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$